2017年闽南师范大学数学建模竞赛题目

（注：A,B两题任选一题，论文的格式请参看附件要求）

**A题：计算机绘图与运动控制**

计算机辅助绘图目前有着广泛应用，已成为计算机辅助设计的基础。本问题就是利用数学建模的方法研究计算机绘图以及运动控制的基本原理。

**问题1：绘图。**在计算机屏幕上随机地画4个点，分别为和，利用这4个的信息绘制出一条曲线，其中为曲线的起点，为曲线的终点，和为控制点。曲线在起点处，以方向为切线方向，在终点处，以方向为切线方向。

(1)使用参数方程来描述这条曲线，但由于满足上述条件的曲线有无穷条，请增加一些条件，使它表示一条曲线，并且具有形式简单（如多项式）、曲线光滑（如连续可微）和美观等特点。

(2)根据你的模型写出由以下4点构成曲线的参数方程，并有绘出这条曲线（同时在图上标注这4个点，和相应的切线）。

**问题2：运动控制。**计算机辅助设计有时需要对沿着指定的运动路径的空间位置进行精确的控制，而参数方程给出的曲线一般是达不到这一效果。简单地说，如果将参数作等分，而对应的曲线弧长并不是等分的。例如，需要控制的曲线由下列参数方程表示

 （1）

如果将参数作4等分，即，而这些点对应的曲线弧长并不是4等分的（请大家绘图验证这一点）。你的任务是：

(1)给出将弧长作等分的数学模型（或计算公式）；

(2)使用你的模型（或计算公式），将参数方程(1-1)所绘出曲线的弧长4等分和10等分。绘出参数方程(1)的控制曲线，并标注出弧长4等分和10等分的等分点。

**B题：分析运作方式的有效性**

某制造公司用3辆卡车在6个车间之间运送原材料。卡车的用户一直要求车队增加第4辆卡车，以缓解送货延误过长的问题。这些卡车并没有一个总站，管理部门认为，让卡车在工厂不断移动可能效率更高。要求用卡车的车间必需等待附近的车辆到达。在有车的情况下，就会响应请求；反之，车间必需等待另一辆卡车出现。表1给出了每个小时的用车请求频率。

**表1 每个小时的用车请求频率**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **请求/小时** | **频数** | **请求/小时** | **频数** |
| **0** | 30 | 7 | 47 |
| **1** | 90 | 8 | 30 |
| **2** | 99 | 9 | 20 |
| **3** | 102 | 10 | 12 |
| **4** | 120 | 11 | 10 |
| **5** | 100 | 12 | 4 |
| **6** | 60 |  |  |

卡车对每个车间的服务时间基本相同。表2为一个典型的服务时间的分布情况。

**表2 每辆车的服务时间及频数**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **服务时间（分钟）** | **频数** | **服务时间（分钟）** | **频数** |
|  | 61 |  | 4 |
|  | 34 |  | 4 |
|  | 15 |  | 3 |
|  | 5 |  | 2 |
|  | 8 |  | 2 |

试分析现行运行方式的有效性，如车间需用卡车时需要等待的概率，用车时的平均等待时间。需用卡车时等待超过10分钟以上的概率，以及是否需要增加第4辆卡车等，如果需要增加卡车，应该增加几辆。

**注：以上题目摘自“2017年北京工业大学“太和顾问杯”数学建模竞赛”。**